

Devoir de contrôle
N°2
Mathématiques

Lycée secondaire : Teboulba
Le 24 / 01 / 2005
Durée : 2 H

Sujet B

Exercice N°1 : (12 pts)

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{ax+4}{x-2} & \text{si } x \leq -2 \\ f(x) = \sqrt{x+2} & \text{si } x > -2 \end{cases} ; a \in \mathbb{R}$$

1-/ Déterminer le réel a pour que f soit continue en -2 .

2-/ **Pour $a = 2$**

a) Montrer que f est continue sur \mathbb{R} .

b) Montrer que f est dérivable à gauche en -2 , puis donner une équation de la demi-tangente à (ζ_f) au point d'abscisse -2 .

c) Etudier la dérivabilité de f à droite en -2 . Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

3-/ a) Montrer que f est dérivable en $x_0 = 2$.

b) Ecrire une équation de la tangente (T) à (ζ_f) au point d'abscisse $x_0 = 2$.

c) Soit la droite $\Delta_m : y = -\frac{1}{3}mx + 2$; ($m \in \mathbb{R}$)

Déterminer le réel m pour que la droite Δ_m soit perpendiculaire à (T) .

4-/ **Soit** $x_0 \in]-\infty, -2]$

a) Pour tout réel a ; montrer que f est dérivable en x_0 . Et que $f'(x_0) = \frac{-2a-4}{(x_0-2)^2}$.

b) Déterminer a pour que la tangente à (ζ_f) au point d'abscisse $x_0 = -4$ soit parallèle à $D : 2x - 3y + 1 = 0$.

c) **Pour $a = 0$**

Déterminer les points de (ζ_f) où la tangente est perpendiculaire à la droite $D' : y = -\frac{2}{3}x + 1$.

Exercice N°2 : (8 pts)

I – Pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a : $A(x) = 4\cos^2 x + 2(\sqrt{3}-1)\cos x - \sqrt{3}$ et $B(x) = \cos x - \sin x$.

1-/ a) Résoudre dans $[-\pi, \pi]$ l'inéquation $A(x) > 0$.

b) Etudier le signe de $A(x)$ sur $[-\pi, \pi]$.

2-/ Résoudre dans \mathbb{R} puis dans $[-\pi, \pi]$ l'équation $B(x) = 0$.

3-/ Résoudre dans $[-\pi, \pi]$ l'inéquation $A(x).B(x) \geq 0$.

II – Pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a $C(x) = \sin 2x - 2\sin^2 x$

1-/ Montrer que $C(x) = 2\sin x.B(x)$.

2-/ Soit $f : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{B(x) + C(x)}{2\cos^2 x - \sin 2x}$$

a) Préciser D_f le Domaine de définition de f .

b) Montrer que pour tout $x \in D_f$: $f(x) = \frac{1 + 2\sin x}{2\cos x}$.

c) Résoudre dans $[-\pi, \pi]$ l'inéquation $f(x) \leq 0$.

Bon Travail